Práctica 3: Matrices y vectores

1. Introducir los vectores (1 2 3 4 5) y (6 7 8 9 10) asignándoles las variables u y v respectivamente:

   a. Determinar 3u, u+v, u-v.
   b. Construir un vector cuyos elementos sean los de v incrementados 3 unidades.
   c. Determinar un vector de elementos el resultado de multiplicar cada elemento de u por el correspondiente de v.
   d. Calcular un vector de elementos los de u elevados al cubo.
   e. Calcular un vector cuyos elementos sean el resultado de elevar cada elemento de u al elemento de v correspondiente.

```
>> u=[1 2 3 4 5];v=[6 7 8 9 10];

>>% Apartado a
>> 3*u
ans =
     3     6     9    12    15
>> u+v
ans =
     7     9    11    13    15
>> u-v
ans =
    -5    -5    -5    -5    -5

>>% Apartado b
>> v+3
ans =
     9    10    11    12    13

>>% Apartado c
>> u.*v
ans =
     6    14    24    36    50

>>% Apartado d
>> u.^3
ans =
     1     8    27    64   125
```

```
>>% Apartado e
>> u.^v
ans =
  Columns 1 through 3
         1         128        6561
  Columns 4 through 5
     262144     9765625
>>
```

2. Introducir las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \\ 8 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

a. Calcular A+B, AB, A^4
b. Determinar una matriz cuyos elementos sean el resultado de multiplicar cada elemento de A por el correspondiente de B.
c. Determinar una matriz cuyos elementos sean el resultado de dividir cada elemento de A por el correspondiente de B.

```
>> A=[1 2 1;5 4 3;7 1 0],B=[-2 5 7;4 3 1;8 -1 3]
A =
     1     2     1
     5     4     3
     7     1     0
B =
    -2     5     7
     4     3     1
     8    -1     3

>> % Apartado a
>> A+B
ans =
    -1     7     8
     9     7     4
    15     0     3
>> A*B
ans =
    14    10    12
    30    34    48
   -10    38    50
>> A^4
ans =
         914         643         383
        2366        1653         985
```

```
        1164        834        490

>> % Apartado b
>> A.*B
ans =
   -2    10     7
   20    12     3
   56    -1     0

>> % Apartado c
>> A./B
ans =
  -0.5000    0.4000    0.1429
   1.2500    1.3333    3.0000
   0.8750   -1.0000         0
>>
```

3. Determinar si es posible:

a. La inversa de A y de B. Verificar que el producto de una matriz por su inversa es la matriz identidad.

b. La traza de B.

c. El determinante y el rango de A.

Utilizamos la ayuda para encontrar las funciones necesarias:

```
>> help matlab\matfun

 Matrix functions - numerical linear algebra.
 Matrix analysis.
   norm        - Matrix or vector norm.
   normest     - Estimate the matrix 2-norm.
   rank        - Matrix rank.
   det         - Determinant.
   trace       - Sum of diagonal elements.
   null        - Null space.
   orth        - Orthogonalization.
   rref        - Reduced row echelon form.
   subspace    - Angle between two subspaces.

 Linear equations.
   \ and /     - Linear equation solution; use "help slash".
   inv         - Matrix inverse.
   rcond       - LAPACK reciprocal condition estimator
```

```
  cond        - Condition number with respect to inversion.
  condest     - 1-norm condition number estimate.
  normest1    - 1-norm estimate.
  chol        - Cholesky factorization.
  cholinc     - Incomplete Cholesky factorization.
  lu          - LU factorization.
  luinc       - Incomplete LU factorization.
  qr          - Orthogonal-triangular decomposition.
  lsqnonneg   - Linear least squares with nonnegativity constraints.
  pinv        - Pseudoinverse.
  lscov       - Least squares with known covariance.

Eigenvalues and singular values.
  eig         - Eigenvalues and eigenvectors.
  svd         - Singular value decomposition.
  gsvd        - Generalized singular value decomposition.
  eigs        - A few eigenvalues.
  svds        - A few singular values.
  poly        - Characteristic polynomial.
  polyeig     - Polynomial eigenvalue problem.
  condeig     - Condition number with respect to eigenvalues.
  hess        - Hessenberg form.
  qz          - QZ factorization for generalized eigenvalues.
  schur       - Schur decomposition.

Matrix functions.
  expm        - Matrix exponential.
  logm        - Matrix logarithm.
  sqrtm       - Matrix square root.
  funm        - Evaluate general matrix function.

  Factorization utilities
    qrdelete    - Delete a column or row from QR factorization.
    qrinsert    - Insert a column or row into QR factorization.
    rsf2csf     - Real block diagonal form to complex diagonal form.
    cdf2rdf     - Complex diagonal form to real block diagonal form.
    balance     - Diagonal scaling to improve eigenvalue accuracy.
    planerot    - Givens plane rotation.
    cholupdate  - rank 1 update to Cholesky factorization.
    qrupdate    - rank 1 update to QR factorization.

 >>>> % Apartado a
 >> inv(A)
 ans =
    -0.1875    0.0625    0.1250
```

```
    1.3125   -0.4375    0.1250
   -1.4375    0.8125   -0.3750
>> inv(B)
ans =
   -0.0424    0.0932    0.0678
    0.0169    0.2627   -0.1271
    0.1186   -0.1610    0.1102
>> A*inv(A)
ans =
    1.0000    0.0000         0
    0.0000    1.0000    0.0000
    0.0000         0    1.0000

>> % Apartado b
>> trace(B)
ans =
     4

>> Apartaco c
>> det(A)
ans =
    16
>> rank(A)
ans =
     3
>>
```

4. Una empresa compra los siguientes artículos:

Referencia artículo	Cantidad de artículo	Precio de la unidad (sin IVA)
100	200	190
101	150	345
102	500	69
103	49	598

a. Introducir la tabla en mediante tres vectores: referencia, cantidad y coste.
b. Determinar el coste total de cada producto.
c. Construir una tabla con cada artículo y su coste total.
d. Calcular el coste total a pagar por la empresa incluyendo un 16% de IVA

```
>> % Apartado a
>> referencia=[100 101 102 103];
referencia =
   100   101   102   103
>> cantidad=[200,150,500,49]
cantidad =
   200   150   500    49
>> coste=[190,345,69,598];

>> % Apartado b
>> costotalprod=cantidad.*coste
costotalprod =
  Columns 1 through 3
      38000       51750       34500
  Column 4
      29302

>> % Apartado c
>> [referencia',costotalprod']
ans =
        100       38000
        101       51750
        102       34500
        103       29302

>> % Apartado d
>> sum(costotalprod*0.16+costotalprod)
ans =
  1.7812e+005
>>
```

5. Introducir los vectores u=(2,3,4) y v=(3,-4,8).

a. Determinar la suma y el producto de todos los elementos de u.
b. Calcular el máximo y mínimo de los elementos de v, así como el lugar donde están situados.
c. Calcular el producto escalar de u y v.
d. Determinar el módulo de los vectores.

```
u=[2 3 4];v=[3 -4 8];
>> % Apartado a
>> sum(u),prod(u)
ans =
     9
```

```
ans =
   24

>> % Apartado b
>> max(v)
ans =
    8
% si no se guarda la salida en dos variables sólo nos devuelve el valor del máximo de los elementos
del vector.
>> [p,q]=max(v)
p =
    8
q =
    3
>> [p,q]=min(v)
p =
   -4
q =
    2

>> % Apartado c
>> dot(u,v)
ans =
   26
>> % Se podría haber realizado con:
>> sum(u.*v)
ans =
   26

>>% Apartado d
>> norm(u),norm(v)
ans =
   5.3852
ans =
   9.4340
>> % podríamos realizar
>> sqrt(dot(u,u))
ans =
   5.3852
>>
```

6. Construir los vectores cuyos elementos sean:

   a. Los números naturales comprendidos entre el 10 y el 100.
   b. (-1, -0,8, -0.6,............, 1.6, 1.8, 2).

c. Desde el 1 hasta el 3 igualmente espaciados y con un total de 38 elementos.

```
% Apartado a
>> x=10:100;

>> % Apartado b
>> y=-1:0.2:2;

>> % Apartado c
>> linspace(1,3,38);
```

7. Dados u=(1,2,3), v=(4,5,6),

a. Construir el vector (0,1,2,3) a partir de u.
b. Construir el vector de elementos los de u y v

```
>> u=[1 2 3];v=[4 5 6];
>> % Apartado a
>> u1=[0,u]
u1 =
    0     1     2     3

>> % Apartado b
>> uv=[u,v]
uv =
    1     2     3     4     5     6
>>
```

8. Construir un vector w con los cuadrados de los 15 primeros números naturales.

a. Extraer el cuadrado de 7.
b. Extraer los cuadrados de los elementos que van desde el 2 al 6 ambos inclusive.
c. Extraer los cuadrados de los elementos que van desde el 7 al 13 ambos inclusive en sentido inverso
d. Construir, a partir de w un vector con los cuadrados de 1, 3, 7,14.

```
>> % Apartado a
>>w=(1:15).^2
w =
  Columns 1 through 13
    1     4     9    16    25    36    49    64    81   100   121   144   169
```

```
 Columns 14 through 15
  196   225

>> % Apartado b
>> w(7)
ans =
    49

>> % Apartado c
>> w(2:6)
ans =
     4     9    16    25    36

>> % Apartado c
>> w(13:-1:7)
ans =
   169   144   121   100    81    64    49

>> % Apartado d
>> v=w([1,3,7,14])
v =
     1     9    49   196
>>
```

9. Introducir la matiz $A=\begin{pmatrix} 2 & -8 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & -2 \\ -1 & 3 & 6 & -9 \\ 5 & 7 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

a. Extraer el elemento a_{23}.
b. Sustituir el elemento a_{22} por 100.
c. Construir una submatriz de A formada por las filas 2, 3 y 4 y las columnas 1, 2 y 3 de A.
d. Extraer la fila 3 de A.
e. Extraer la columna 1 de A.
f. Construir una matriz formada por las filas 1, 2 y 3 de A.
g. Construir una matriz formada por las filas 1 y 4 de A.

```
>> A=[2 -8 3 4;1 2 4 -2;-1 3 6 -9;5 7 -4 0]
A =
     2    -8     3     4
     1     2     4    -2
    -1     3     6    -9
```

```
    5     7    -4     0

>> % Apartado a
>> A(2,3)
ans =
    4

>> %Apartado b
>> A(2,2)=100
A =
    2    -8     3     4
    1   100     4    -2
   -1     3     6    -9
    5     7    -4     0
>> % Se podría hacer desde el workspace

>> % Apartado c
>> AA=A(2:4,1:3)
AA =
    1   100     4
   -1     3     6
    5     7    -4

>> % Apartado d
>> A(3,:)
ans =
   -1     3     6    -9

>> % Apartado e
>> A(:,1)
ans =
    2
    1
   -1
    5

>> % Apartado f
>> C=A(1:3,:)
C =
    2    -8     3     4
    1   100     4    -2
   -1     3     6    -9

>> % Apartado g
>> D=A([1,4],:)
```

```
D =
    2   -8    3    4
    5    7   -4    0

>> A=[2 -8 3 4;1 2 4 -2;-1 3 6 -9;5 7 -4 0]

A =

    2   -8    3    4
    1    2    4   -2
   -1    3    6   -9
    5    7   -4    0
```

10. Construir una matriz A cuadrada aleatoria de orden 3.

a. Obtener su inversa, su transpuesta y su diagonal.
b. Transformarla en una matriz triangular inferior.
c. Obtener la suma de los elementos de la primera fila, de la segunda columna y de la diagonal.

```
>> A=rand(3)
A =
    0.9501    0.4860    0.4565
    0.2311    0.8913    0.0185
    0.6068    0.7621    0.8214

>> % Apartado a
>> inv(A)
ans =
    1.6740   -0.1196   -0.9276
   -0.4165    1.1738    0.2050
   -0.8504   -1.0006    1.7125

>> A'
ans =
    0.9501    0.2311    0.6068
    0.4860    0.8913    0.7621
    0.4565    0.0185    0.8214

>> diag(A)
ans =
    0.9501
    0.8913
    0.8214
```

```
>> % Apartado b
>> tril(A)
ans =
    0.9501         0         0
    0.2311    0.8913         0
    0.6068    0.7621    0.8214

>> % Apartado c
>> % Suma de los elementos de la primera fila
>> % Primer camino:
>> A(1,1)+A(1,2)+A(1,3)
ans =
    1.8926
>> % Segundo camino
>> sum(A(1,:))
ans =
    1.8926

>> % Suma de los elementos de la segunda columna
>> sum(A(:,2))
ans =
    2.1394

>> % Suma de la diagonal
>> sum(diag(A))
ans =
    2.6628
>>
```

11. Estudiar, según el teorema de Rouche-Frobenius, y resolver el sistema:

$$\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ x+3y+8z=19 \\ 2x+3y+z=-1 \\ 5x+6y+4z=5 \end{cases}$$

```
>> A=[1 2 3;1 3 8;2 3 1;5 6 4]
A =
     1     2     3
     1     3     8
     2     3     1
     5     6     4
>> AA=[1 2 3 6;1 3 8 19;2 3 1 -1;5 6 4 5]
AA =
     1     2     3     6
```

```
     1     3     8    19
     2     3     1    -1
     5     6     4     5

>> % Comparamos rangos
>> [rank(A),rank(AA)]
ans =
     3     3
>> % El sistema es compatible y determinado

>> % Resolvemos
>> b=AA(:,4)
b =
     6
    19
    -1
     5
>> A\b
ans =

    1.0000
   -2.0000
    3.0000

>> % Nota: Existen comandos de resolución como linsolve
>> x=linsolve(A,b)
x =
[  1]
[ -2]
[  3]
>>
```

12. Resolver el sistema $\begin{cases} x+3y+5z+t=1 \\ 2x+y+3z+t=2 \\ 4x+y+2z+2t=1 \\ 5x+y+2z+3t=5 \end{cases}$ utilizando:

a. La matriz inversa de los coeficientes si existe.
b. El operador división izquierda.

```
>> % Apartado a
>> A=[1 3 5 1;2 1 3 1;4 1 2 2;5 1 2 3]
A =
     1     3     5     1
     2     1     3     1
```

```
    4     1     2     2
    5     1     2     3
>> rank(A)
ans =
    4
>> % Existe inversa de A
>> b=[1 2 1 5]
b =
    1     2     1     5
>> % Resolvemos:
>> x=inv(A)*b'
x =
  -3.2857
  -3.8571
   1.7143
   7.2857

>> % Apartado b
>> x=A\b'
x =
  -3.2857
  -3.8571
   1.7143
   7.2857
>>
```